МУНИЦИПАЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
«ЛИЦЕЙ СОВРЕМЕННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ УПРАВЛЕНИЯ № 2» Г. ПЕНЗЫ

XXV научно-практическая конференция школьников «Я исследую мир»

«Алгебраические преобразования с параметром»

Авторы: Егорова Варвара Александровна,
Хлебунов Егор Сергеевич,
9 «А» класс,
муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение «Лицей современных технологий управления № 2» г.Пензы.

Научный руководитель: Хальметова Наиля Ханифовна,
учитель математики,
муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение «Лицей современных технологий управления № 2» г. Пензы.

Пенза
2021 год

✉ - **440008, г. Пенза, ул. Бакунина, 115**
☎ - **телефон /841-2/ 54-20-44; e-mail:** school02@guoedu.ru
Http://www.lstu2.ru

О г л а в л е н и е

А к т у а л ь н о с т ь и с с л е д о в а н и я .

Задачи с параметрами относятся к существенной и важной части содержания современного математического образования. Они помогают формировать и развивать у учащихся логическое, вариативное мышление, а также математическую культуру. Параметрические задачи входят в материалы для подготовки к урокам математики, факультативным занятиям, олимпиадам, ОГЭ, ЕГЭ.

Объект исследования: Задачи для подготовки к итоговой аттестации;

Предмет исследования: материалы учебников и пособий по математике, в том числе для подготовки к олимпиадам, КИМы ОГЭ, ЕГЭ.

Цель исследования:

- Обработка теоретического материала (его отбор, а также последовательное и доступное изложение);
- Поиск областей применения решения алгебраических задач с параметром;
- Составление методического материала (тренажер).

Гипотеза исследования: Алгебраические задачи с параметром широко распространены в практике подготовки к урокам математики, олимпиадам, ОГЭ, ЕГЭ. Существует метод (методы) решения подобных задач, доступные для учащихся 8-9 классов.

Проблема: затруднения, возникающие при решении заданий с параметром.

Задачи исследования:

- Найти причину затруднений, связанную с решением параметрических задач;
- Изучить методы решения алгебраических задач с параметром;
- Классифицировать их;
- Составить подборку задач для изучения разных методов решения задач с параметром из материалов учебника, олимпиад, ОГЭ, ЕГЭ;
- показать область применимости данных задач;
- изучить осведомленность учащихся 8-9классов о задачах с параметром и способах их;
- разработать тренажер для внедрения в практику проведения уроков и внеурочных занятий по математике

Практическая значимость:

Материал проекта может использоваться в качестве основы при подготовке к олимпиадам, ОГЭ, ЕГЭ. Тренажер позволит выработать необходимые компетенции для работы с параметром.

Методы исследования:

1. Эмпирические (изучение литературы по теме исследования, самостоятельное решение уравнений);
2. Обобщения и систематизации математического материала;
3. Экспериментально-теоретические (анализ, моделирование, сравнение).

Новизна исследования:

Изучение данной темы позволило мне освоить решение **новых** видов задач с параметром, с основными способами их решения, расширить спектр знаний и навыков для подготовки к итоговой аттестации.

Введение

Задачи с параметрами относятся к существенной и важной части содержания современного математического образования. Они помогают формировать и развивать у учащихся логическое мышление, а также математическую культуру. Умение решать данные задания считается признаком высокого уровня знаний математики. Недостаточно простого применения «зазубренных» формул, необходимо понимание учениками закономерностей, наличие навыка анализа конкретного случая на основе общих свойств объекта, системности и последовательности. Систематически встречая даже в школьном учебнике задачи с фиксированной дополнительной неизвестной, задаешься вопросом: а почему в этих задачах такое сложное условие, что надо сделать, чтобы понять смысл задания и есть ли какие-то универсальные способы решения заданий с параметром.

Во время подготовки к олимпиадам также встречаются параметрические уравнения, их системы, неравенства. В материалах для подготовки к итоговой аттестации попадаются задачи на построение графиков функций, где ответ на заданный вопрос существенно зависит от значений фиксированной буквы. Так у нас и возникло желание научиться справляться с этим непокорным параметром.

Зачастую оказывается, что даже выпускник школы не имеет представления о решении задач с параметрами. Отсюда возникает вопрос: почему же так происходит, ведь данный материал входит в итоговую аттестацию учащихся и как это исправить?

«Все математики знали,
что под алгеброй были скрыты
несравненные сокровища,
но не умели их найти».

Франсуа́ Вие́т, сеньор де ля Биготье

***Из истории возникновения параметра*.**

Подтверждение интереса к параметрическим задачам можно найти в учениях древнейших ученых. В астрономическом трактате «Ариабхаттиам», составленном в 499 г. индийским математиком и астрономом Ариабхаттой уже встречаются задачи на уравнения с параметром .

В алгебраическом трактате Ал-Хорезми дается классификация линейных и квадратных уравнений с параметром а. Автор насчитывает 6 видов уравнений, выражая их следующим образом:

- «Квадраты равны корням», т. е. $\alpha x^2 = bx$.
- «Квадраты равны числу», т. е. $\alpha x^2 = c$.
- «Корни равны числу», т. е. $\alpha x = c$.
- «Квадраты и числа равны корням», т. е. $\alpha x^2 + c = bx$.
- «Квадраты и корни равны числу», т. е. $\alpha x^2 + bx = c$.
- «Корни и числа равны квадратам», т. е. $\alpha x^2 + bx = c$.

Формулы решения квадратных уравнений по Ал-Хорезми в Европе были впервые изложены в «Книге абака», написанной в 1202 г. итальянским математиком Леонардо Фибоначчи, где была заложена основа аналитического метода решения уравнений с параметром.

Понятие переменной величины было введено в науку французским философом и математиком Рене Декартом (1596-1650). Именно Декарт пришел к идеям о единстве алгебры и геометрии и о роли переменных величин, Декарт ввел фиксированный единичный отрезок и стал рассматривать отношения других отрезков к нему – основа графического метода решения уравнений с параметром.

Понятие параметра

Параметр (от греческого слова parametron - отмеривающий) - величина, значение которой служат для различения некоторого множества между собой.

Определение: Параметром называется независимая переменная, значение которой в задаче считается заданным, фиксированным или произвольным действительным числом, или числом, принадлежащим заранее оговоренному множеству.

Под задачами с параметрами понимают задачи, в которых технический и логический ход решения и форма результата зависят от входящих в условие величин, численные значения которых не заданы конкретно, но должны считаться известными. Изучению задач с параметрами в школе отводится незначительное место, хотя неявно с этим понятием мы сталкиваемся уже при изучении функции $y=kx$. Для этой функции в качестве параметра выступает коэффициент k прямой пропорциональности.

Если параметру, содержащемуся в уравнении (неравенстве) придать некоторое числовое значение, то возможен один из двух случаев:

- либо получится уравнение (неравенство), содержащее лишь данные числа и неизвестные, и не содержащие параметров;

- либо получится условие, лишенное смысла.

В первом случае значение параметра называют допустимым , во втором - недопустимым. При решении задач допустимые значения параметров определяются из конкретного смысла. Чаще всего в школьном курсе приходится сталкиваться с параметром при решении уравнений.

Независимость параметра заключается в его «неподчинении» свойствам, вытекающим из условия задачи. Например, из неотрицательной левой части уравнения $|x| = a - 1$ не следует неотрицательность значений выражения $a - 1$, если $a - 1 < 0$, то мы обязаны констатировать, что уравнение не имеет решений.

Определение: Уравнение с параметром – это семейство уравнений, определяемых параметром.

Решить уравнение с параметром означает:

- Найти все значения параметра, при которых данное уравнение имеет решение.
- Найти все решения для каждого найденного значения параметра, то есть для неизвестного и параметра должны быть указаны свои области допустимых значений.

К основным методам решения линейных уравнений с параметром относятся ***аналитический метод и функционально-графический метод***.

Определение: Аналитический метод – это способ «прямого» решения, повторяющий стандартные процедуры нахождения ответа в задачах без параметра.

Аналитический метод решения задач с параметром самый трудный способ, требующий высокой математической грамотности.

К ним можно отнести такие способы решения, как

- Перебор;
- Исследование квадратного трёхчлена;
- Рассмотрение параметра как равноправной переменной;

Перебор

Некоторые задачи можно свести к перебору отдельных случаев. Например, мы можем найти несколько возможных корней уравнения. Затем для каждого из них определить, при каких значениях параметра они принадлежат ОДЗ и удовлетворяют другим условиям задачи.

Пример 1:

Решите уравнение $ax+3=0$ при всех значениях параметра a.

Уравнение можно переписать в виде $ax=-3$. Рассмотрим два случая: 1) $a=0$. В этом случае левая часть равна 0, а правая – нет, следовательно, уравнение не имеет корней. 2) $a\neq 0$. Тогда $x=-3a$.

Ответ: $a=0 \Rightarrow x\in\emptyset$ (пустое множество); $a\neq 0 \Rightarrow x=-3a$.

Пример 2:

Решить уравнение: $2a(a - 2) x = a - 2$.

Решение: перепишем уравнение в виде $(a - 2)(2ax -1) = 0$. Видим, что при $a = 2$ переменная x может принимать любые значения. Значение $a = 0$ приводит к уравнению $0\times x = -2$. Оно не имеет решений. Если $a\neq 0$ и $a\neq 2$, то из уравнения получается $x=1/2a$.

Ответ: если $a = 0$, то корней нет, если $a = 2$, то x Œ R, если $a \neq 0$, $a \neq 2$, то $a=1/2a$.

Исследование квадратного трёхчлена

Часто уравнение с параметром удаётся привести к квадратному. В таких задачах нужно найти значения параметра, при которых корни лежат на некотором промежутке. Для решения подобных примеров необходимо произвести анализ расположения корней. Чтобы определить взаимное расположение границ промежутка и корней уравнения, следует воспользоваться следующими утверждениями:

- Чтобы число p находилось между корнями квадратичной функции $f(x)=ax^2+bx+c$, необходимо и достаточно, чтобы выполнялось условие $a\cdot f(p)<0$;
- Чтобы число p было меньше корней квадратичной функции $f(x)=ax^2+bx+c$, необходимо и достаточно, чтобы $D\geq 0$, $a\cdot f(p)>0$, $p<-2ab$;
- Чтобы число p было больше корней квадратичной функции $f(x)=ax^2+bx+c$, необходимо и достаточно, чтобы $D\geq 0$, $a\cdot f(p)>0$, $p>-2ab$.

Для использования приведённых выше утверждений не нужно непосредственно вычислять корни уравнения.

Параметр как равноправная переменная

Несмотря на то, что выше параметр рассматривался как фиксированное, но неизвестное число, можно считать его равноправной переменной.

Пример 3:

При каком значении a выполняется равенство:

$a^2-a(2t^2+1)+t^4-t=0$

Решение: $(a-t^2-t-1)(a-t^2+t)=0$

Составим систему:

$a=t^2+t+1$

$a=t^2-t$

Т. к. t>=a и 1>=t>=0, то t-a+t+1>0, значит первое условие не выполняется. Тогда выполняется второе, а значит исходная система:

$a=t^2-t$ $\quad$ $a=t^2-t$

$1>=t>=0$ $\quad$ $1>=t>=0$

$t^2>=a$

Ответ: условие выполняется при $a=t^2-t$ и t>=0

Пример 4:

Решите уравнение **| x – 2 | + | x + a | = 0.**

Так как каждое слагаемое неотрицательно, то можно перейти к системе: $\begin{cases} x-2=0, \\ x+a=0, \end{cases} \begin{cases} x=2, \\ x=-a. \end{cases}$

Ответ: если ***a* = – 2**, то ***x* = 2**; если $a \neq -2$, то решений нет.

Графический метод

Графический метод решения задач с параметром исключительно наглядный способ решения. В любом классе задач есть задачи, которые блестяще решаются данным способом и трудоемко другими.

Зачастую при использовании графического метода возникает вопрос о строгости решения. Поэтому, когда результат, полученный с помощью графического метода, вызывает сомнения, его необходимо подкрепить аналитически.

Рассмотрим решение двух примеров уравнений с параметром графическим методом с построением графиков в координатной плоскости Оху.

В задачах, в которых необходимо найти количество решений уравнения в зависимости от параметра, удобно обратиться к графическому методу решения.

Пример 5:

Решить графическим методом уравнение x2+3x=5x+3*x2+3x=5x+3.*

Решение: построим на одной координатной плоскости графики функций $y=x^2+3x$ и y=5x+3.

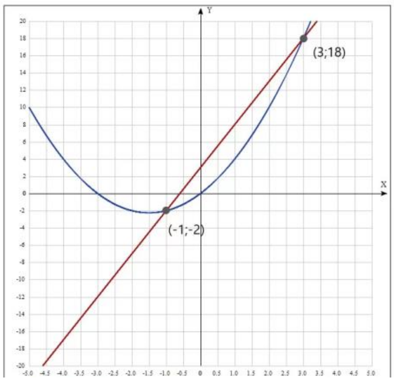


Рис.1

y=5x+3 – красный график; y=x2+3x – синий график.

Из Рис.1 видно, что графики пересекаются в точках (−1;2) и (3;18). Таким образом, решением нашего уравнения будут: x1=−1; x2=3.

Ответ: x1=−1; x2=3.

Пример 6 (ЕГЭ):

Для каждого значения параметра *a* определите количество решений уравнения $|x^2 - 7|x| + 6| = a$.

Решение:

Заметим, что количество решений уравнения $|x^2 - 7|x| + 6| = a$ равно количеству точек пересечения графиков функций $y = |x^2 - 7|x| + 6|$ и $y = a$.

График функции $y = x^2 – 7x + 6$ показан на Рис.2.

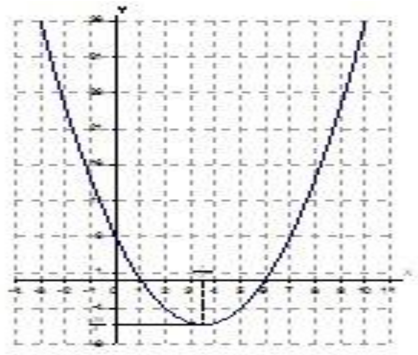


Рис.2

График функции $y = x^2 – 7|x| + 6$ показан на рис.3.

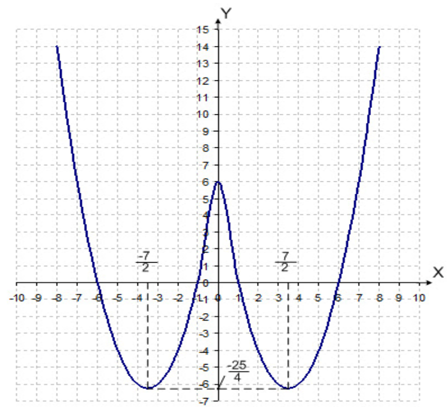


Рис. 3

График функции $y =| x^2 – 7|x| + 6|$ показан на рис.4.

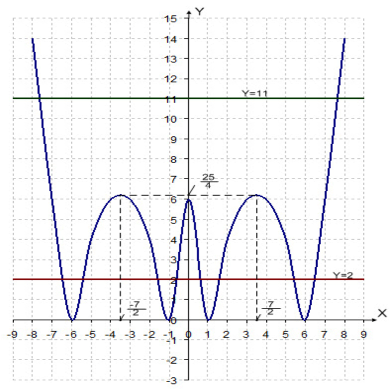


Рис. 4

y = a – это горизонтальная прямая. По графику несложно установить количество точек пересечения в зависимости от a (например, при a = 11 – две точки пересечения; при a = 2 – восемь точек пересечения).

Ответ: при a <0 – решений нет;

при a = 0 и a = $\frac{25}{4}$– четыре решения;

при 0 < a < 6 – восемь решений; при a = 6 – семь решений;

при 6 <a <$\frac{25}{4}$– шесть решений; при a > $\frac{25}{4}$– два решения.

Основные формулировки заданий с параметром:

1) Найти все значения параметра, при каждом из которых выполняется определенное условие;

2) Решить уравнение или неравенство с параметром *a*.

Линейная функция в заданиях с параметром:

А) $f(a)\cdot x = g(a)$, При $f(a)\neq 0$ - решение $x=\dfrac{g(a)}{f(a)}$;

При *f(a) = 0,* $g(a)\neq 0$ - решений нет;

При f*(a) = 0, g(a) = 0* - решений бесконечно много $x\in R$.

Б) $f(a)\cdot x < g(a)$, При *f(a) > 0* - $x\in(-\infty; g(a)/f(a))$;

При *f(a) < 0* - $x\in(g(a)/f(a); +\infty)$; При *f(a) = 0, g(a) < 0* - решений нет;

При *f(a) = 0, g(a) > 0* - решений бесконечно много.

Пример 7.

Решить неравенство и найти значение параметра *t*, при котором неравенство $(2x-1)t^2-(9x-10)t+4x+8\leq 0$ не имеет решений. Если таких значений несколько, то найти их сумму.

Решение: это линейное неравенство относительно «*x*».

Раскроем скобки и вынесем его за скобки: $(2t^2-9t+4)x\leq t^2-10t-8,\ \ (t-4)(2t-1)x\leq t^2-10t-8;$

1) Если *(t - 4)(2t - 1) > 0*, то решение $x\in(-\infty; B]$, где $B=\dfrac{t^2-10t-8}{(t-4)(2t-1)}$;

2) Если *(t - 4)(2t - 1) < 0*, то решение $x\in[B; +\infty)$;

3) Если *(t - 4)(2t - 1) = 0*, то

При *t = 4,* $0\cdot x\leq -8$, нет решений,

При t = $\frac{1}{2}$, $0\cdot x\leq -12\frac{3}{4}$, нет решений

Все решения: при $t\in\left(-\infty;\frac{1}{2}\right)\cup(4;+\infty)$, то $x\in(-\infty; B]$, где $B=\dfrac{t^2-10t-8}{(t-4)(2t-1)}$;

при $t \in \left(\frac{1}{2}; 4\right)$, то $x \in [B; +\infty)$, при t = $\frac{1}{2}$ или при *t = 4* решений нет.

Нас интересует случай, когда решений нет, тогда $4 + \frac{1}{2} = 4{,}5$.

Ответ: 4,5.

Пример 8.

Найти все значения параметра *t*, при которых система имеет 2012 решений. Если таких значений несколько, то найти их сумму. $\begin{cases} (2t^2 - 7t)x - 25y = 2t^2 - 9t - 50, (1) \\ 6x - 5y + 3 = 0. (2) \end{cases}$

Решение:(1) и (2) — это линейные уравнения относительно двух переменных. Каждое из уравнений является уравнением прямой. Если прямые пересекаются, то система имеет единственное решение. Если прямые совпадают, то решений бесконечно много или, например, 2012 штук.

Выразим из (2) *5y* и подставим в (1), получим: $\begin{cases} (2t^2 - 7t)x - 5(6x + 3) = 2t^2 - 9t - 50, \\ 5y = 6x + 3. \end{cases}$

$(2t^2 - 7t)x - 30x - 15 = 2t^2 - 9t - 50,$

$(2t^2 - 7t - 30) = 2t^2 - 9t - 35,$

Продолжим решать первое уравнение: $(t - 6)(2t + 5)x = (t - 7)(2t + 5).$

Из последнего уравнения видно, что система имеет бесконечно много решений, когда $2t + 5 = 0$, т.е. $t = -2{,}5$.

Заметим, что при $t = 6$ или $t = 7$ решений нет.

Ответ: -2,5.

Квадратичная функция в заданиях с параметром

Уравнение вида $ax^2 + bx + c = 0$, где a, *b, c* — выражения, зависящие от параметров, $A \neq 0$, *x* — переменная, называется квадратным уравнением с параметрами.

Во множестве действительных чисел это уравнение исследуется по следующей схеме.

1) Если $A = 0$, то имеем линейное уравнение $Bx + C = 0$.

2) Если $A \neq 0$ дискриминант $D = B^2 - 4AC < 0$, то уравнение решений не имеет.

3) Если $A \neq 0$ дискриминант $D = 0$, то уравнение имеет единственное решение $x = -B/(2A)$.4) Если $A \neq 0$ дискриминант $D = B^2 - 4AC > 0$, то уравнение имеет два корня $x_{1,2} = \frac{-B \pm \sqrt{D}}{2A}$.

Пример 9.

Найти все значения параметра *t*, для которых квадратное уравнение $(t - 1)x^2 + 2(2t + 1)x + 4t + 3 = 0$:

а) имеет два корня;

б) не имеет корней;

в) имеет один корень.

Решение: Данное уравнение по условию является квадратным, поэтому $t - 1 \neq 0, t \neq 1$. Рассмотрим дискриминант: $D = 4(2t + 1)^2 - 4(t - 1)(4t + 3) = 4(5t + 4)$. Согласно схеме исследования, имеем:

а) $\begin{cases} D > 0 \\ t \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4(5t+4) > 0 \\ t \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t > -4/5 \\ t \neq 1 \end{cases}$,

б) $\begin{cases} D < 0 \\ t \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t < -4/5 \\ t \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow t < -4/5$,

в) $\begin{cases} D = 0 \\ t \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -4/5 \\ t \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow t = -4/5$.

Ответ: а) при $t > -4/5$ $t \neq 1$ два корня;

б) при $t < -4/5$ нет корней;

в) при $t = -4/5$ один корень.

Пример 10.

Найти наибольшее целое значение параметра t, для которого выполняется неравенство:

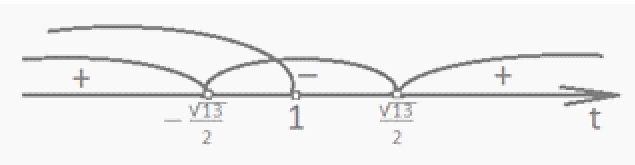
$(1-t)x^2+3x-t-1>0$.

Решение: В левой части неравенства квадратный трехчлен, который будет всегда положительным при ветвях параболы, направленных вверх (т.е. $1 - t > 0$ или $t < 1$) и отрицательном дискриминанте:

$D=9+4(1-t)(t+1)<0, D=13-4t^2=-4(t^2-13/4)<0$.

$$\begin{cases} t < 1 \\ 4\left(t - \frac{\sqrt{13}}{2}\right)\left(t + \frac{\sqrt{13}}{2}\right) > 0 \end{cases}$$

Изобразим решения системы на числовой прямой:



Все решения неравенства: $t \in \left(-\infty; -\frac{\sqrt{13}}{2}\right)$. Наибольшее целое число ≈ -2, т.к. $-\frac{\sqrt{13}}{2} \approx -1,8$.

Ответ: -2.

Пример 11.

Найти все значения параметра t, при которых уравнение $||x| + t - 4| = 6$ имеет:

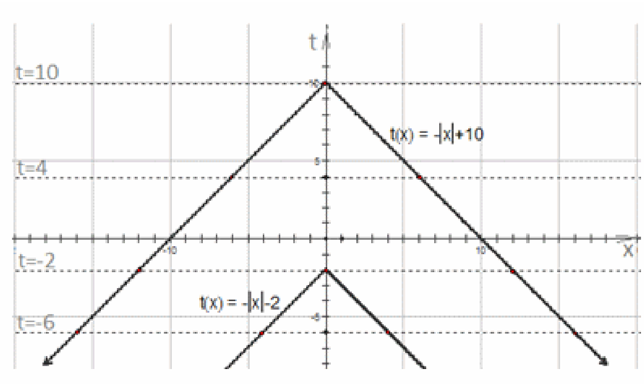
а) 4 корня; в) 2 корня; д) не имеет корней.

б) 3 корня; г) 1 корень;

Решение:

Данное уравнение равносильно системе $\left[\begin{array}{l}|x|+t-4=6,\\ |x|+t-4=-6,\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}t=-|x|+10,\\ t=-|x|-2.\end{array}\right.$

Построим график:



Проводя прямые вида $t = k$ параллельно оси ОХ, определяем количество корней уравнения.

Ответ: а) при $t \in (-\infty; -2)$ уравнение имеет 4 корня;

б) при $t = -2$ уравнение имеет 3 корня;

в) при $t \in (-2; 10)$ уравнение имеет 2 корня;

г) при $t = 10$ уравнение имеет один корень;

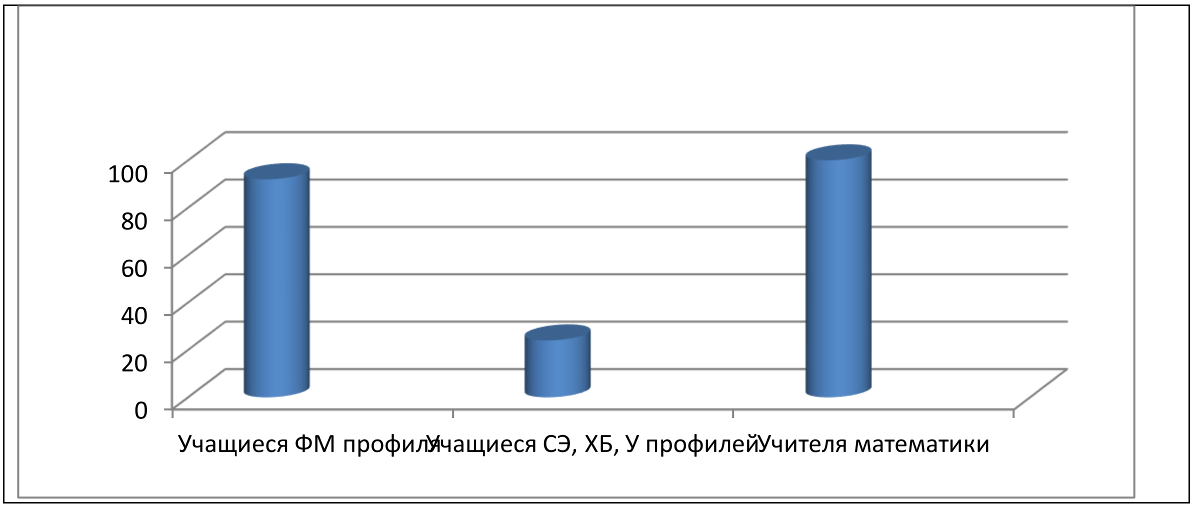
д) при $t \in (10; +\infty)$ уравнение не имеет корней.

Глава 3. Результаты социологического опроса и анкетирования.

Мы выяснили, как к умению решать задания с параметром относятся учащиеся 8-9 классов. Анкетирование проходило на базе МБОУ «Лицей современных технологий управления №2» г. Пензы. Всего было опрошено 60 учащихся 8-9 классов социально-экономического, химико-биологического и универсального профилей, 30 учеников физико-математического профиля 9-х классов, 80 родителей учащихся 8-9 классов и 10 учителей - преподавателей математики.

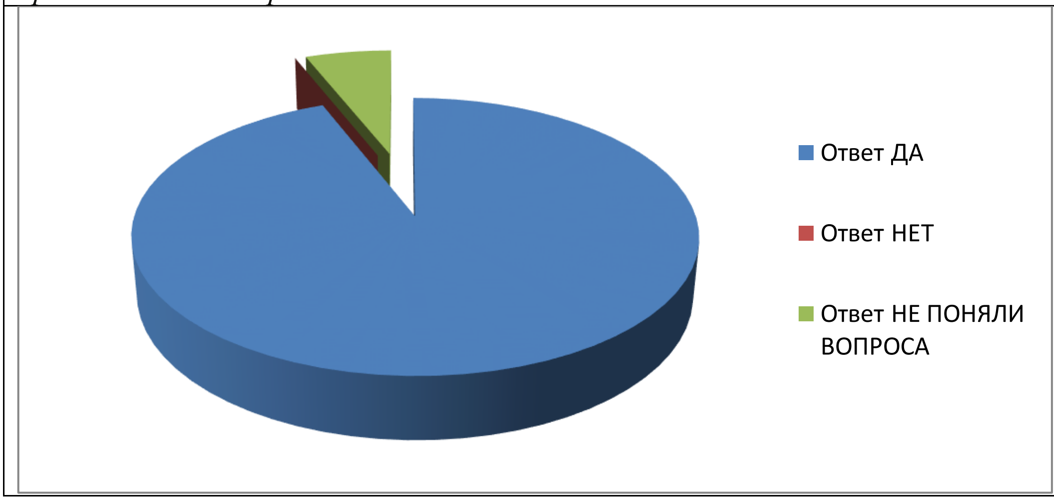
На вопрос «Пригодится ли учащимся 8-9 классов умение решать задачи с параметром» положительно ответили 100% учителей, 92 % учащихся физико-математического профиля 9-х классов и только 24% учащихся 8-9 классов других профилей.

Рисунок 1.
Опрос учащихся и учителей о необходимости владения умением решать параметрические задачи.



Опрос родителей учащихся показал, что подавляющее большинство – 94% хотели бы, чтобы их дети мыслили нестандартно и умели их применить на экзамене. Ответ «Нет» на данный вопрос не выбрал никто. И только 6% родителей не поняли вопрос.

Рисунок 2.
Необходимость нестандартного мышления будущих выпускников в представлении их родителей



Таким образом, подавляющее большинство родителей учащихся - будущих выпускников желают своим детям умения мыслить нестандартно и применять эти умения на практике, в частности на экзамене.

Заключение:

Задания с параметрами имеют разные формулировки и способы решения, и во всех них есть как сходства, так и различия. Решение уравнений и неравенств с параметрами аналитическим и графическим способами имеет свои особенности. Они выражаются в том, что при одном способе решение может быть достаточно громоздким, а при другом - более простым и наглядным. Значит, что для успешного решения параметрических уравнений необходимо выбрать наиболее рациональный способ.

При работе над данной темой пришлось научиться мыслить шире, необходимо было актуализировать все имеющиеся знания, изучать добавочно особенности многих графиков функций. Изучение основных методов решения параметрических задач позволило освоить задания из ОГЭ (задание 23), ЕГЭ (задание 18).

Результат проекта:

На основе проделанной работы мы составили тренажёр «Конструктор по отработке компетенций в работе с параметром”. Он состоит из 3 вариантов с 9 различными задачами.

Тренажер оформлен в виде мобильного приложения и приложения к ПК. Подобная форма является удобным и доступным инструментом для выработки умения оперировать с параметром. Служит хорошим практическим средством для развития интереса к изучаемому, повышения мотивации, быстрым способом отработки навыка алгебраических преобразований с параметром

Список использованных источников:

1. Голубев В., Гольдман А. О задачах с параметром. Первоначальные сведения. // Математика – 2002 - № 23 – с.27-32;
2. Уравнения с параметрами в школьном курсе математики. [Электронный ресурс] - Режим доступа: http://qp1qp.narod.ru/istoriya.html;
3. Информационный источник сложной структуры «Виртуальная математика. Задачи с параметрами. 7 – 11 кл.». [Электронный ресурс] - Режим доступа: http://school-collection.edu.ru/catalog/rubr/df413b15-266b-4a0a-bdb228fc41140ab2/;
4. http://www.apmath.spbu.ru/ru/staff/starkov/165.pdf
5. https://sigma-center.ru/graphical_method

РЕЦЕНЗИЯ

на научно-исследовательскую работу Егоровой Варвары Александровны и Хлебунова Егора Сергеевича (секция Математика)

«Алгебраические преобразования с параметром» (научный руководитель - учитель математики Хальметова Н.Х.)

Задачи с параметрами относятся к существенной и важной части содержания современного математического образования. Они помогают формировать и развивать у учащихся логическое, вариативное мышление, а также математическую культуру. Параметрические задачи входят в материалы для подготовки к урокам математики, факультативным занятиям, олимпиадам, ОГЭ, ЕГЭ.

Поэтому целью нашего исследования стало изучение и поиск областей применения решения алгебраических задач с параметром, а также составление методического материала (тренажера).

Гипотеза, выдвинутая авторами исследования, о широком применении алгебраических задач с параметром в практике подготовки к урокам математики, олимпиадам, итоговой аттестации и о способах решения подобных задач, доступных для учащихся 8-9 классов, подтверждается.

В работе установлены причины затруднений, связанных с решением параметрических задач; изучена их классификация и область применимости, составлена подборка задач для изучения разных методов решения задач из материалов учебника, олимпиад, ОГЭ, ЕГЭ. Также изучена осведомленность учащихся 8-9 классов о задачах с параметром и способах их решения.

Работа имеет чёткую структуру и состоит из введения, основной части, заключения и списка литературы. Работа написана грамотным научным языком. Оформление работы в целом соответствует предъявленным требованиям.

Результаты исследования представлены достаточно полно и наглядно. Для представления результатов исследовательской работы используются диаграммы. Чётко сформулирована цель, заострено внимание на постановке конкретных задач. Введение выглядит достаточно содержательным и ёмким, приведен исторический материал. В результате чёткого изложения цели работы в основной части научно-исследовательской работы присутствует логичность и последовательность.

Список литературы включает разнообразные источники, оформленные в соответствии с требованиями.

Стиль изложения материалов исследовательской работы Егоровой В.А. и Хлебунова Е.С. научный. Работа имеет законченный характер и соответствует требованиям, предъявляемым к работам данного вида.

Рецензент:
Заместитель директора по НМР
МБОУ ЛСТУ № 2 Степанова А.С.

20.12.2020